

Kongruencje i Małe Twierdzenie Fermata

1. Wyznacz resztę z dzielenia liczby $3^{80} + 7^{80}$ przez 11.
2. Wyznacz wszystkie liczby całkowite dodatnie n , dla których liczba $2^n + 1$ jest podzielna przez 7.
3. Rozstrzygnij, czy równanie $a^3 + b^3 + c^3 = 5^{2014}$ ma rozwiązanie w liczbach całkowitych a, b, c .
4. Rozstrzygnij, czy dla dowolnej liczby pierwszej p istnieje taka dodatnia liczba całkowita n , że liczba $3^n + n^p$ jest podzielna przez p .
5. Niech a będzie liczbą całkowitą, a p, q różnymi liczbami pierwszymi takimi, że $a^p \equiv a \pmod{q}$ oraz $a^q \equiv a \pmod{p}$. Udowodnij, że $a^{pq} \equiv a \pmod{pq}$.
6. Znajdź wszystkie liczby całkowite x takie, że
$$5x \equiv 4 \pmod{17}.$$
7. Ile jest liczb pierwszych p takich, że $29^p + 1$ jest wielokrotnością p ?