

# Geometria nieeuklidesowa

1. Udowodnij, że z V aksjomatu Euklidesa wynika następujące stwierdzenie: jeżeli  $m_1, m_2$  są prostymi równoległymi,  $l$  prostą różną od  $m_1$ , która przecina  $m_1$ , to  $l$  przecina też  $m_2$  (możesz powołać się na dowolne z równoważnych sformułowań V aksjomatu).

2. Czy w geometrii sferycznej na każdym trójkącie można opisać okrąg? A jak jest w geometrii hiperbolicznej?

3. Dany jest następujący system aksjomatyczny. Pojęciami pierwotnymi są punkt, prosta, zawierać. Aksjomatami są:

- Istnieją dokładnie cztery punkty.
- Istnieją dokładnie cztery proste.
- Dla dowolnych dwóch różnych punktów istnieje prosta, która je zawiera.

a) Czy w tym systemie prawdziwe jest zdanie "każda prosta zawiera dokładnie dwa punkty"?

b) Czy w tym systemie prawdziwe jest zdanie "każda prosta zawiera punkt"?

4. **Geometria rzutowa** to system aksjomatyczny skonstruowany następująco. Pojęciami pierwotnymi są punkt, prosta, incydencja. Aksjomatami są:

- Dla dowolnych dwóch różnych punktów istnieje dokładnie jedna incydentna z nimi prosta.
- Dla dowolnych dwóch różnych prostych istnieje dokładnie jeden incydentny z nimi punkt.
- Każda prosta jest incydentna z co najmniej trzema punktami.
- Każdy punkt jest incydentny z co najmniej trzema prostymi.

Skonstruuj na płaszczyźnie euklidesowej model geometrii rzutowej zawierający dokładnie 7 punktów, w którym pojęcie punktu jest tożsame z euklidesowym punktem, a incydencja oznacza należenie punktu do zbioru.